

U 7 - TRANSMISSION DE PUISSANCE

TECHNOLOGIE - 1ère épreuve (Durée 3 h)

Toutes les questions sont indépendantes. On précisera pour chaque calcul le modèle et les hypothèses et on mettra en évidence les résultats. Documents autorisés : Cours et TD.

On envisage l'étude d'un moteur hydraulique à 5 pistons radiaux disposés suivant le schéma figure 1.

I - DETERMINATION GLOBALE DES CARACTERISTIQUES DU MOTEUR ET DE LA POMPE

On désire obtenir sur l'arbre de sortie du moteur un couple $C_M = 600 \text{ m.N}$ pour une vitesse pouvant varier de 0 à 500 t/mn et pour une chute de pression au moteur $P = 210 \text{ bars}$.

Les rendements à C_{maxi} et ω_{maxi} sont les suivants : rendement volumétrique $\eta_v = 0,87$ et rendement mécanique $\eta_m = 0,96$.

D'autre part, on choisit le diamètre des pistons $D = 1,5 \text{ course}$.

- 1.1. Cylindrée par tour du moteur.
- 1.2. En déduire les caractéristiques géométriques D , e .
- 1.3. Calculer le débit que doit pouvoir fournir la pompe.

II - ETUDE CINEMATIQUE

2.1. Vitesse instantanée du piston

- a) écrire l'expression de $s = \overline{OA}$ en fonction de e , θ et $r = O_1A$.
- b) en déduire l'expression de la vitesse instantanée du piston (on développera les expressions en fonction de $\frac{e}{r} \ll 1$ et on ne retiendra que les termes du 1er et 2ème ordre).

2.2. De la même manière écrire l'expression de la vitesse instantanée de glissement du patin sur l'arbre excentrique.

2.3. Application numérique :

$\omega = 500$ tr/mn , $e = 14$ mm, $r = 84$ mm, $R = 40$ mm

Calculer la vitesse du piston dans son cylindre pour $\theta = 80^\circ$ et celle du patin sur l'excentrique pour $\theta = 90^\circ$ et $\theta = 0^\circ$.

III - ETUDE DU PATIN HYDROSTATIQUE

Chaque piston s'appuie sur l'excentrique par l'intermédiaire d'un patin hydrostatique. On admet que le fonctionnement de ces patins diffère peu de celui d'un patin cylindrique plan (fig. 2).

3.1. On choisit $\frac{R_1}{R_2} = 0,7$ et $\beta = \frac{P_i}{P_e} = 0,8$. Justifier ce choix.

3.2. En déduire les valeurs de R_1 et R_2 sachant que le diamètre du piston $D = 42$ mm.

3.3. Calculer la hauteur optimale de fonctionnement, c'est à dire celle qui donne la puissance dissipée minimale à charge et vitesse de fonctionnement maximales.

La viscosité du fluide $\mu = 0,023$ Pl, $N_{\max} = 500$ tr/mn
 $P_{\text{emax}} = 210$ bars ; $D = 42$ mm, vitesse relative moyenne patin
excentrique = $v_g = 2,3$ m/s.

3.4. On choisit une hauteur de fonctionnement à charge maxi $h = 0,02$ mm, compatible avec les possibilités de réalisation. Calculer le débit de fuite au patin.

3.5. En déduire le diamètre d du trou calibré de longueur $l = 15$ mm qu'il est nécessaire d'installer.

3.6. *pour variation de charge variation de hauteur ?*

IV - ETUDE DE LA DISTRIBUTION DU FLUIDE

4.1. La distribution du fluide aux 5 pistons est assurée par deux rainures demi-circulaires situées sur un cylindre de $\varnothing 40$ mm entraîné en rotation par l'arbre excentrique (fig. 1 b). Après avoir précisé le modèle et les hypothèses de calcul déterminer le jeu diamétral à installer pour que le débit de fuite à la rainure de distribution n'excède pas 20 cm³/s pour un fluide de viscosité $\mu = 0,023$ Pl et pour une pression de 210 bars.

4.2. Sachant que pour chaque patin le débit de fuite à 210 bars est de 8,5 cm³/s et en estimant les fuites à la liaison sphérique et au piston négligeables, en déduire le rendement volumétrique que l'on peut espérer à N_{maxi} .

4.3. Compte tenu du faible jeu au distributeur, montrer que le système tel qu'il est schématisé (fig. 1b) est hyperstatique. En déduire les degrés de liberté nécessaires pour rendre le système isostatique et donner deux solutions technologiques en réalisant ces mobilités soit entre l'arbre excentrique et le distributeur, soit entre le distributeur et le carter (croquis).

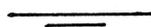
4.4. Cette distribution est soumise côté HP à des efforts radiaux qui entraînent soit des déplacements, soit des déformations nuisibles. Pour les éviter, on se propose d'équilibrer radialement cet élément. Faire un croquis soigné d'une solution équilibrée avec les principales dimensions des différentes rainures (admission, distribution, équilibrage).

V. ETUDE DES EFFORTS SUR L'EXCENTRIQUE

5.1. Dans un repère (O X Y Z) lié à l'arbre (fig. 1), déterminer le torseur en O des actions des 5 patins sur l'arbre excentrique. (On ne retiendra que le 1er terme du développement en $\frac{e}{r}$). On notera la pression P et la section du piston s.

5.2. On envisage de construire un moteur à cylindrée variable. L'excentrique ne fait plus partie intégrante de l'arbre mais fait l'objet avec lui d'une liaison glissière (fig. 3) L'excentricité réglable est commandée par un circuit hydraulique de commande à travers l'arbre.

Déterminer les efforts de l'excentrique sur les pistons de commande. Si on utilise la pression d'alimentation du moteur pour commander la variation d'excentricité, qu'elle doit être la section minimale du piston de commande ?



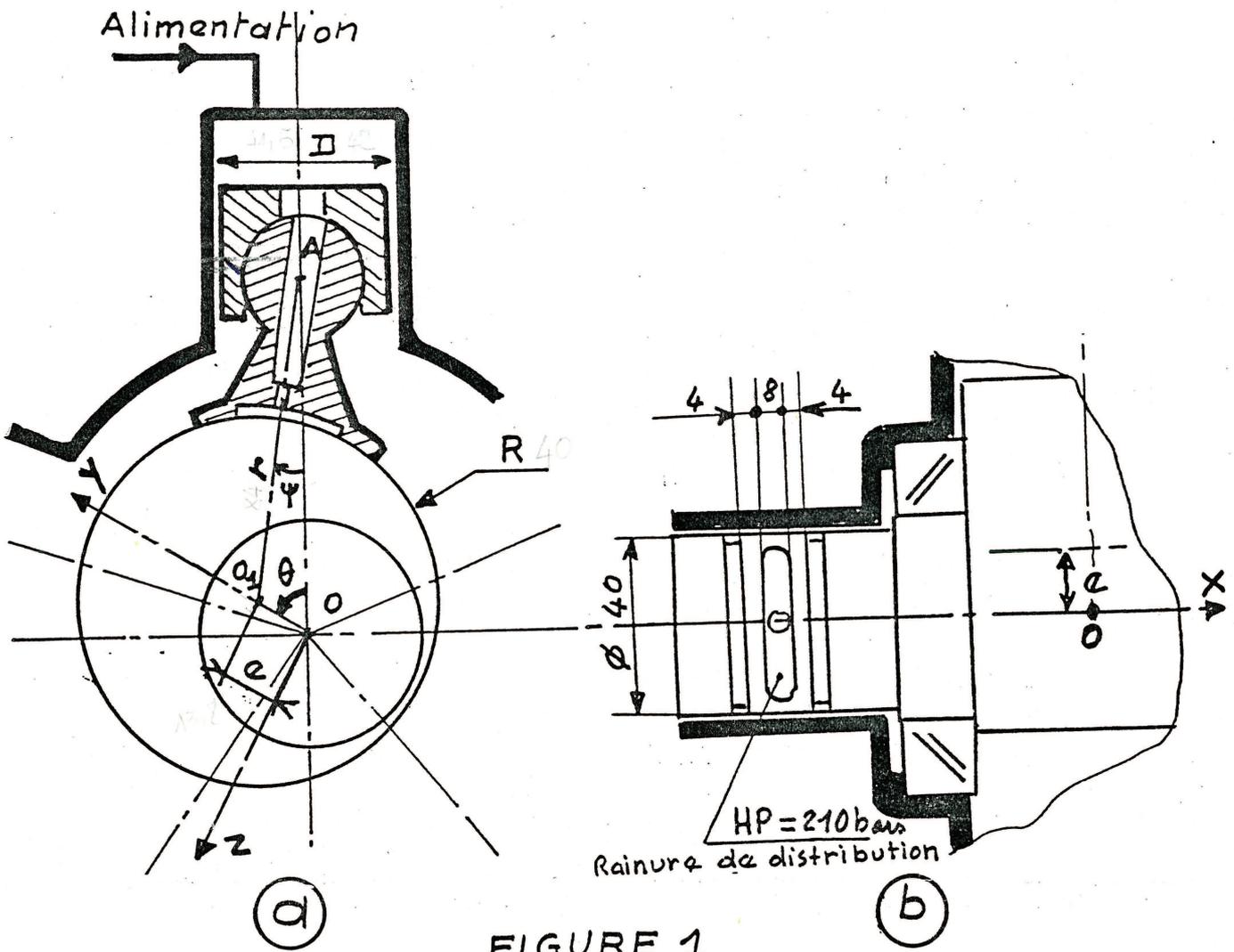


FIGURE 1

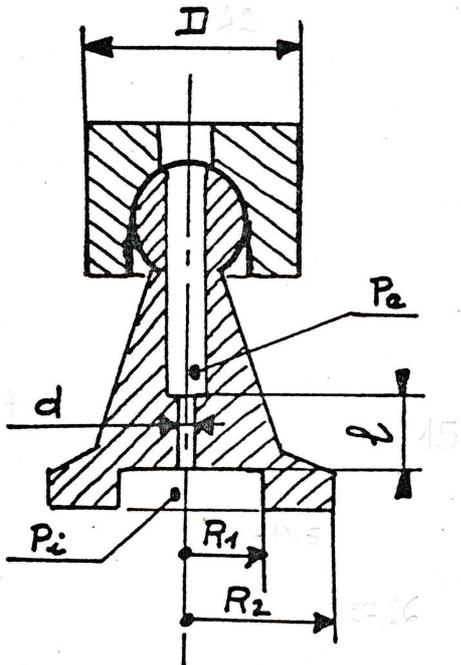


FIGURE 2

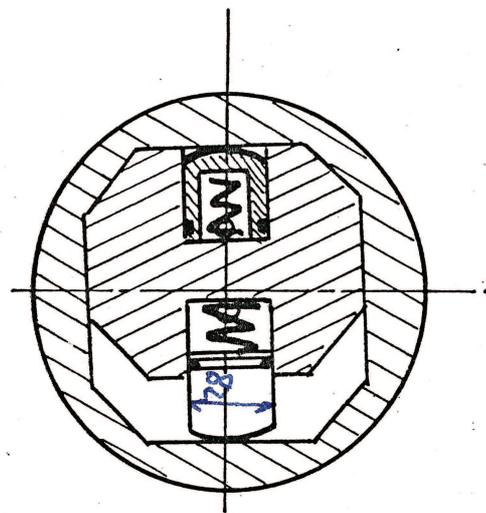
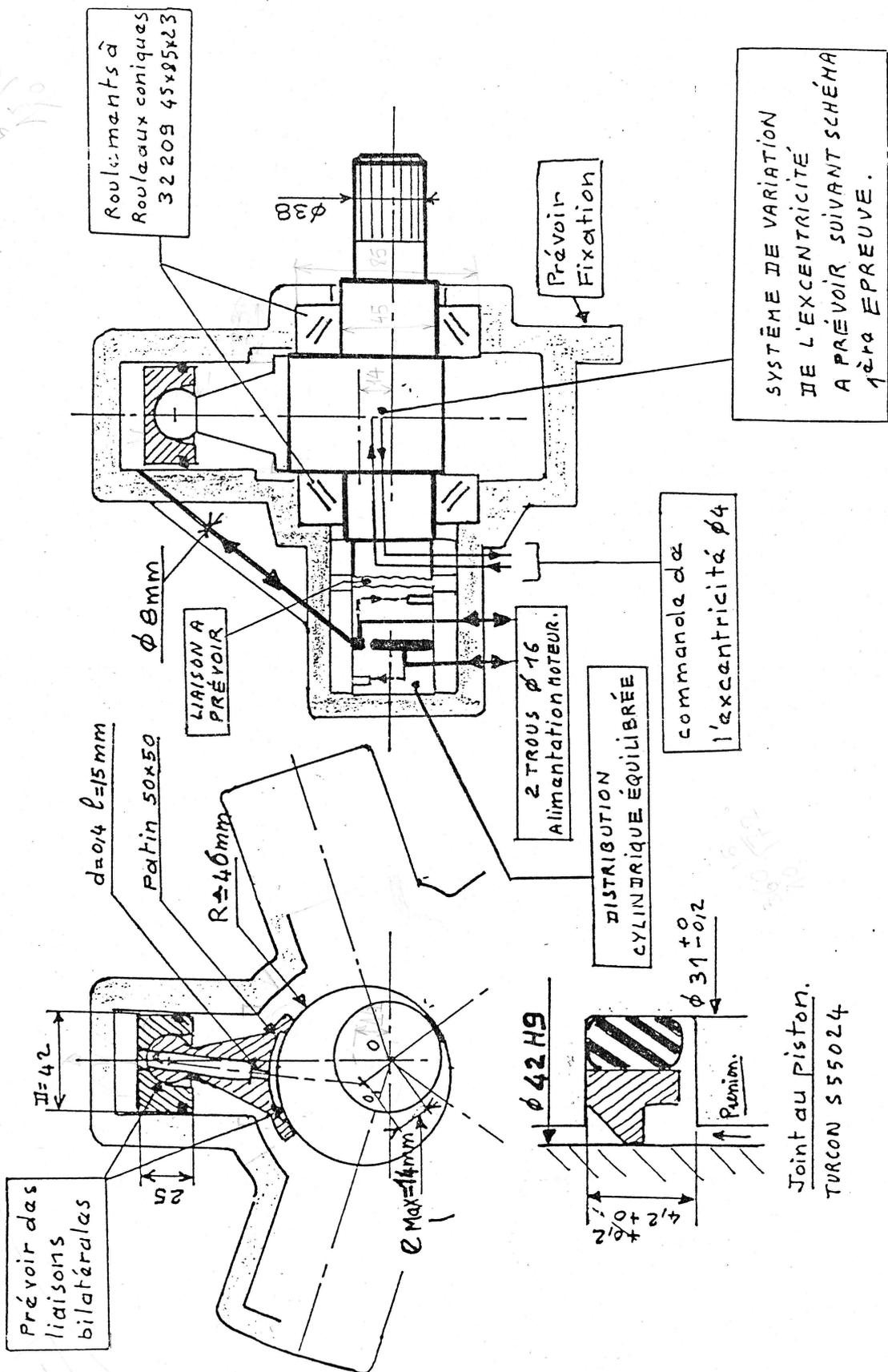


FIGURE 3



U 7 - TRANSMISSION DE PUISSANCE

PROJET : 2ème épreuve

Durée : 5 heures

On demande d'effectuer sur calque à l'échelle 1, le dessin d'avant
Projet du moteur hydraulique défini par le schéma joint et dont le fonctionnement
a été précisé dans l'épreuve de Technologie.

On indiquera les jeux et ajustements, les matériaux et les traitements
thermiques choisis pour les pièces principales ainsi que toute indication nécessaire
à la bonne compréhension du dessin.

PRECISIONS COMPLEMENTAIRES

Les raccordements (Alimentation et retour) se feront par brides fixées
par vis (les brides ne sont pas à dessiner).

Le retour des fuites et la commande de variation de cylindrée se
feront par trous filetés destinés à recevoir un raccord.

La distribution cylindrique est équilibrée et sa liaison doit
assurer l'isostatisme.

On doit prévoir des liaisons bilatérales évitant tout décollement
entre chaque piston et son patin et entre les patins et l'excentrique.

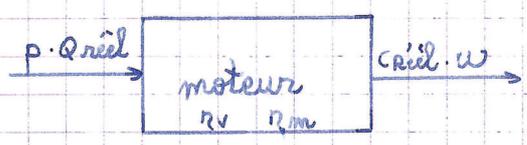
Les pistons de commande de l'excentricité ont un diamètre de **28** mm.



Projet n° 3

I-

1-1-



$$\rightarrow \eta_v \cdot \eta_m \cdot P \cdot Q_{réel} = \omega \cdot C_{réel}$$

$$q_{th} = \eta_v \cdot q_{réel} = V_T \cdot \frac{\omega}{2\pi} \quad ; \quad V_r = \frac{V_t}{2\pi} ;$$

$$\rightarrow V_T \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \eta_m \cdot P = \omega \cdot C_{réel}$$

$$\rightarrow V_T = \frac{2\pi C_{réel}}{P \cdot \eta_m} = \frac{2\pi \cdot 600}{210 \cdot 0,96} = 187,2 \text{ cm}^3 / \text{tr}$$

1-2- il y a 5 pistons.

$$V_T = 5 \cdot 2e \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{or par hypothèse } D = 1,5 \times \text{course}$$

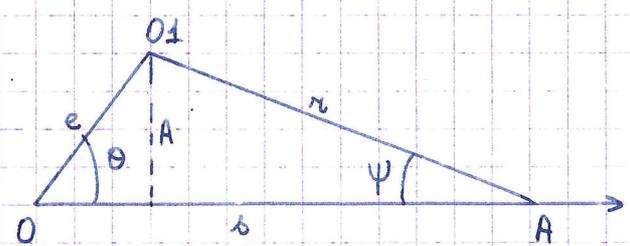
$$\Rightarrow \begin{cases} e = 13,8 \text{ mm} \\ D = 41,5 \text{ mm} \end{cases}$$

1-3 Calcul du débit que doit fournir la pompe.

$$q_{réel} = \frac{V_T \cdot \omega}{\eta_v \cdot 2\pi} = \frac{V_T \cdot N}{\eta_v} = \frac{187 \cdot 500}{\eta_v} = 107,5 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 / \text{min}$$

$$q_{réel \text{ pompe}} = 1,8 \text{ l/s}$$

II-



$$s = s(e, r, \theta) \quad \frac{e}{r} \ll 1$$

$$s = e \cos \theta + r \cos \psi$$

$$\text{or } \sin \psi = \frac{A}{r} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \frac{A}{e} \quad \rightarrow \quad r \sin \psi = e \sin \theta$$

$$\Rightarrow \sin \psi = \frac{e}{r} \sin \theta$$

$$\text{ou } \cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} \quad (\text{ou } \cos^2 \psi + \sin^2 \psi = 1)$$

$$\sin^2 \psi = \left(\frac{e}{r} \sin \theta\right)^2$$

$$\rightarrow \cos \psi = \sqrt{1 - \underbrace{\frac{e^2}{r^2} \sin^2 \theta}_{\varepsilon}} = \sqrt{1 - \varepsilon} \approx 1 - \frac{\varepsilon}{2} + \dots$$

\uparrow
 2°

$$\rightarrow \cos \psi = 1 - \frac{e^2}{2r^2} \sin^2 \theta$$

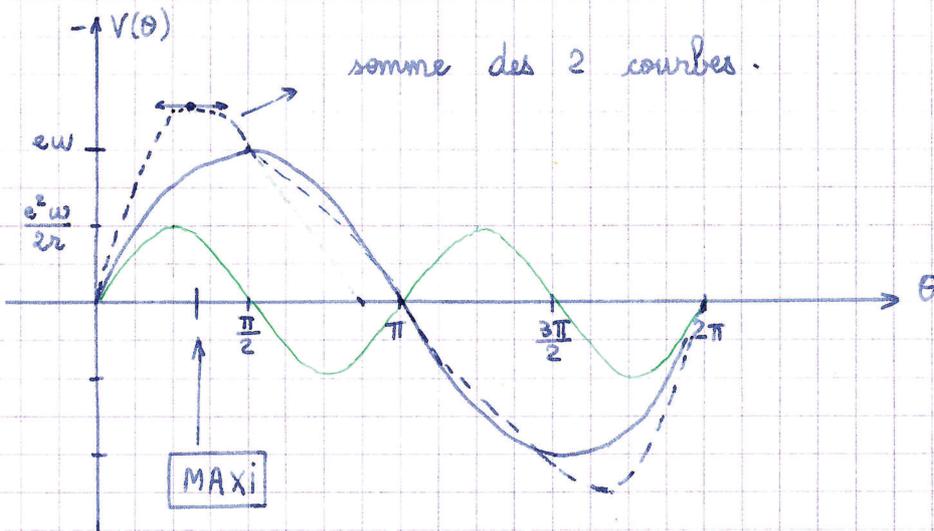
$$\text{donc } s = e \cos \theta + r \cos \psi = e \cos \theta + r \left[1 - \frac{e^2}{2r^2} \sin^2 \theta \right]$$

vitesse instantanée du piston = $\frac{ds}{dt}$

$$\text{vitesse} = -e(\sin \theta) \omega - \frac{e^2}{r} \omega \sin \theta \cos \theta$$

$$\left(\frac{d\theta}{dt} = \omega\right)$$

$$v = \frac{ds}{dt} = -e\omega \sin \theta \left[1 + \frac{e}{r} \cos \theta \right] = -e\omega \left[\sin \theta + \frac{e}{r} \sin 2\theta \right]$$

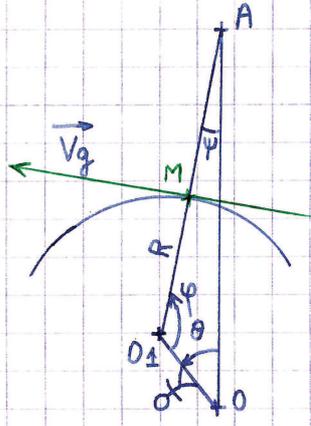


pour $\theta = 80^\circ$

$$\Rightarrow v = 742 \text{ mm/s} = 0,74 \text{ m/s}$$

22- Vitesse de glissement du piston.

Soit le schéma.



$$\vec{\Omega}_{\text{rotin / excentrique}} = \vec{\Omega}_{P / \text{bâti}} - \vec{\Omega}_{ce / \text{bâti}}$$

$$\dot{\varphi} \vec{x} = -\dot{\psi} \vec{x} - \dot{\theta} \vec{x}$$

$$\dot{\varphi} = -\dot{\psi} - \dot{\theta}$$

$$\psi = \pi - \varphi - \theta$$

$$\Rightarrow \dot{\psi} = -\dot{\varphi} - \dot{\theta}$$

observateur sur excentrique:

$$V_g = R \dot{\varphi}$$

$$\text{ou } \sin \psi = \frac{e}{r} \sin \theta$$

$$\Rightarrow \cos \psi \cdot \dot{\psi} = \frac{e}{r} \cos \theta \cdot \omega$$

$$\Rightarrow \dot{\psi} = \frac{e}{r} \omega \cos \theta \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{e^2}{r^2} \sin^2 \theta}}$$

$$\Rightarrow \dot{\psi} = \frac{e}{r} \omega \cos \theta \left[1 + \frac{e^2}{2r^2} \sin^2 \theta \right]$$

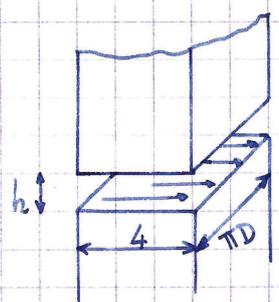
$$\approx \frac{e}{r} \omega \cos \theta + \dots$$

$$\dot{\psi} = -\frac{e}{r} \omega \cos \theta - \underbrace{\omega}_{\dot{\theta}} = -\omega \left[1 + \frac{e}{r} \cos \theta \right]$$

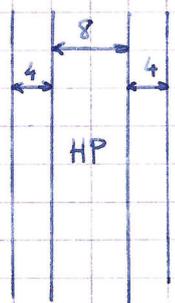
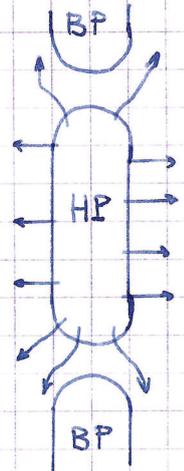
$$\Rightarrow V_g = -R \omega \left[1 + \frac{e}{r} \cos \theta \right]$$

- $\theta = 30^\circ \Rightarrow V_g = 2,03 \text{ m/s}$
- $\theta = 0^\circ \Rightarrow V_g = 2,44 \text{ m/s}$

IV-



- 2 rainures HP
- 2 rainures BP



$$Q = \frac{\pi}{12\mu} \frac{h^3}{L} D \Delta P$$

$$\Rightarrow h^3 = \frac{20 \cdot 10^{-6} \times 12 \times 0,023 \times 8}{40 \pi \cdot 210 \cdot 10^5} \times 10^9$$

$$\Rightarrow h = 25 \mu$$

$$\text{Jeu} = 2h = 51 \mu\text{m}. \quad (\text{jeu diam\u00e9tral})$$

on suppose qu'il y a 1 patin / 2 qui fonctionne

$$\Rightarrow q_{\text{fuites}} = 20 + 2,5 \times 8,5 = 41,25 \text{ cm}^3/\text{s}$$

distribution patins

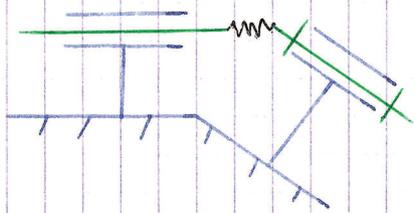
$$q_{\text{th}} = V_T \frac{500}{60} = 1558,3 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$q_{\text{r\u00e9el}} = 1558,3 + 41,25$$

$$\Rightarrow \eta_v = \frac{1558,3}{1558,3 + 41,25} = 0,97$$

43 - hyperstatisme : \u00e9tude physique.

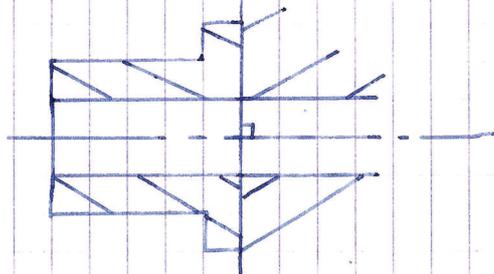
Aligner les 2 axes



2 translations \u2192 axes concourants

2 rotations \u2192 axes align\u00e9s

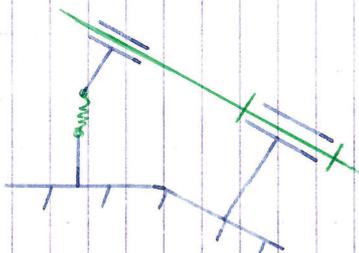
* 1 plan \u22a5 axe



+ joint d'eloham.

(encaisse d\u00e9faut //)

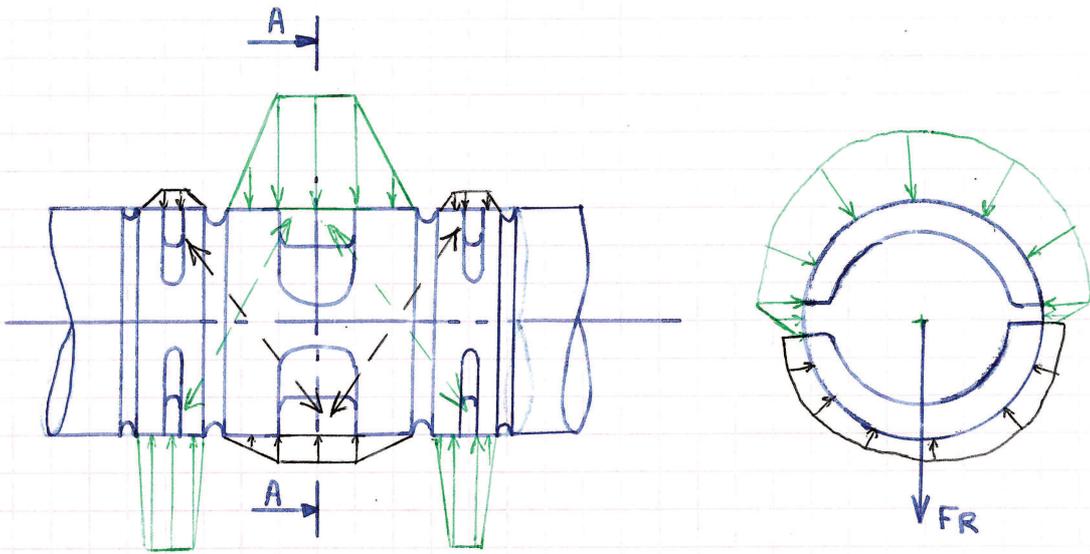
*



liaison souple entre les 2 corps

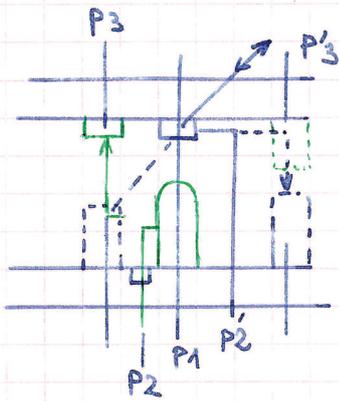
pb analogue \u00e0 un \u00e9trier de frein.

4-4 - Equilibrage de la distribution.

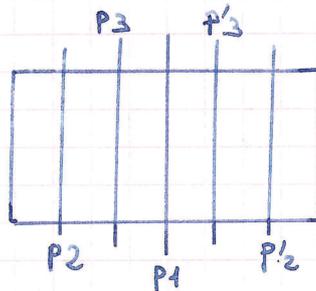


équilibrage par les rainures.

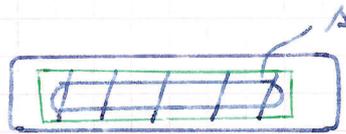
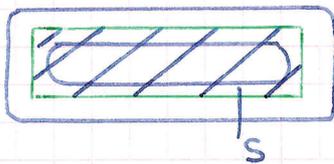
partie distributeur



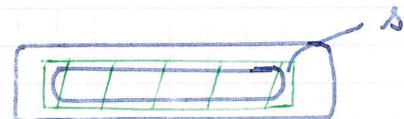
plan d'alimentation piston HP.



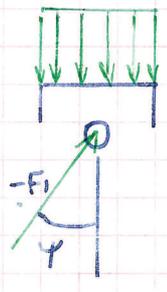
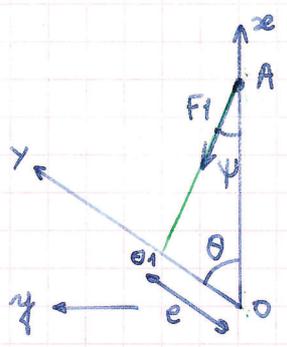
si on développe la rainure du haut



$S = 2b$



Etude des efforts sur l'excentrique



$$F_1 = \frac{-PS}{\cos \psi}$$

calculer couple instantané moteur constant ?

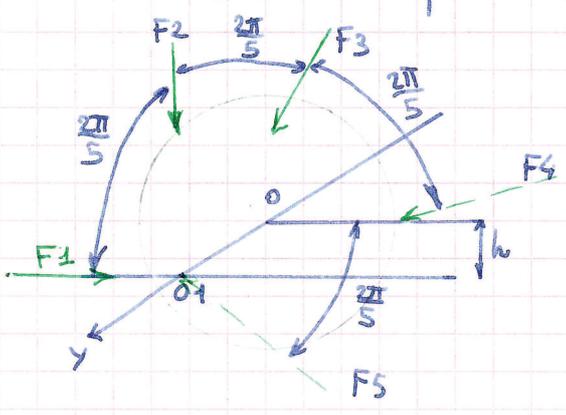
$$F_1 \text{ piston / arbre } \begin{cases} -PS \vec{z} + PS \tan \psi \vec{y} & (\text{Résult.}^{\text{R}}) \\ (PSe \sin \theta + PS \tan \psi e \cos \theta) \vec{z} & (M^{\text{L}}) \end{cases}$$

en ne retenant que le 1^{er} terme du développement en $\frac{e}{r}$ (1^{er} quest) on a :

$$F_1 \text{ piston / arbre } \begin{cases} -PS \vec{z} \\ PS e \sin \theta \vec{z} \end{cases}$$

ce qui revient à négliger l'inclinaison de la bielle.
bielle très longue $\psi = 0$

on est ramené au pb suivant



couple instantané total

$$C_i = PSe \left[\sin \theta + \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{5} \right) + \sin \left(\theta + \frac{4\pi}{5} \right) \right]$$

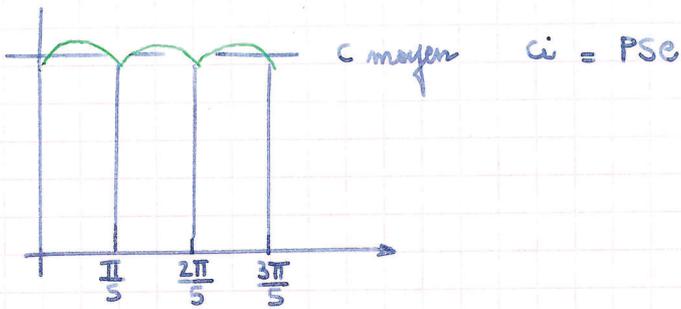
pour $0 < \theta < \frac{\pi}{5} \rightarrow 3$ pistons moteurs

$$\sin \theta + \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{5} \right) \quad \frac{\pi}{5} < \theta < \frac{2\pi}{5}$$

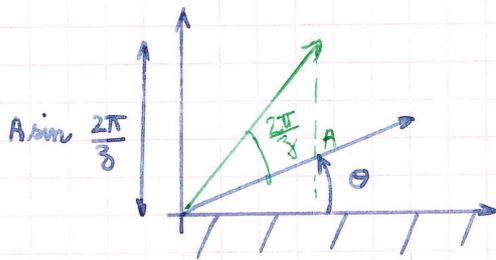
2 pistons moteurs

Il suffit d'écrire angle total $< \pi$

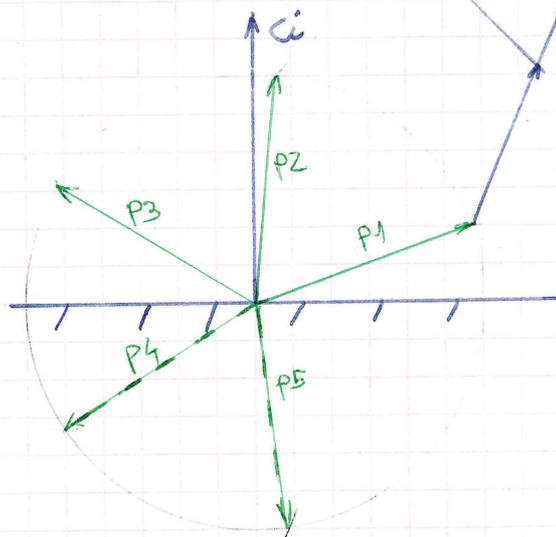
remarque :



Autre representation de la fonction c_i



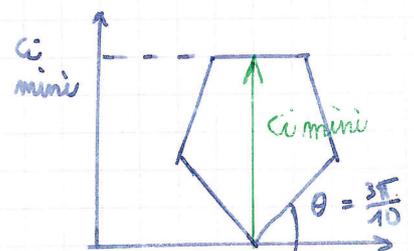
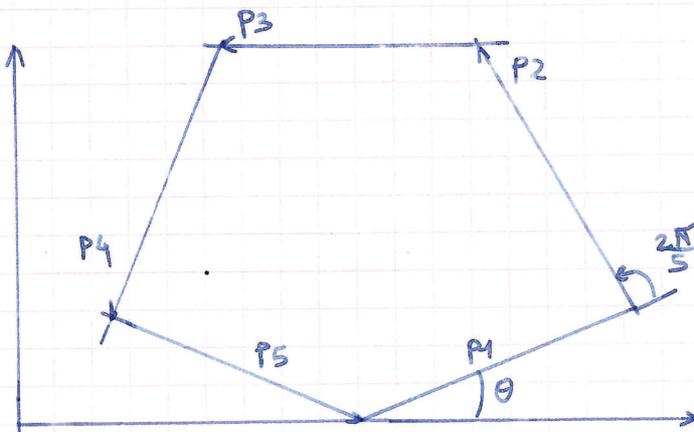
z : nombre piques en proj.

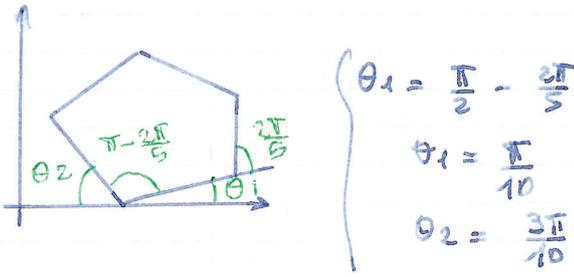


$c_{min} = PSe(1,538)$
 $= 626 \text{ Nm}$

$c_{max} = PSe(1,618)$
 $= 659 \text{ Nm}$

$c_{moy} = PSe \sqrt{5} = 648,3 \text{ Nm}$





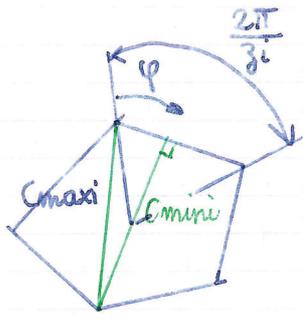
impair
régularité de coupe

$$r = \frac{C_{maxi} - C_{mini}}{C_{moyen}}$$

irrégularité de coupe

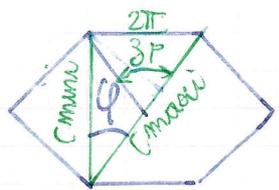
$$i = \frac{C_{maxi} - C_{mini}}{C_{maxi}}$$

$$i = 1 - \frac{C_{mini}}{C_{maxi}}$$



$\varphi = \frac{\pi}{2z_i}$ pour $1z_i$
 $i = 1 - \cos \varphi$

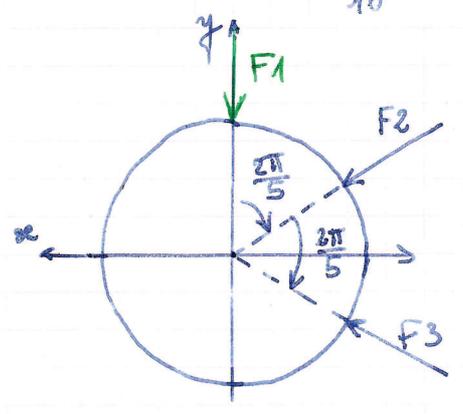
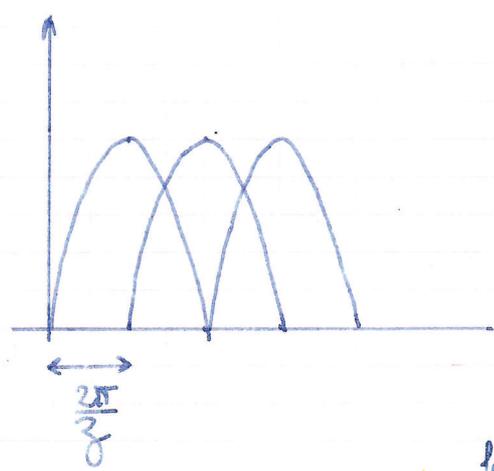
pair



$\varphi = \frac{\pi}{3P}$
 $i = 1 - \cos \frac{\pi}{3P}$

si $3P = 10$
 $i = 1 - \cos \frac{\pi}{10}$

$2z_i = 5$
 $i = 1 - \cos \frac{\pi}{10}$



pour $D = 25\text{mm}$
 $\rightarrow P = 300\text{bar}$

en projection sur x
force F_1 nulle (ici seulement)

seul F_2 et F_3 en projection sur y agissent

$F_y = PS \left[\cos \frac{2\pi}{5} - \cos \left(\frac{4\pi}{5} \right) \right] = -14547\text{ N}$; section mini (pour 210 bars)
impair

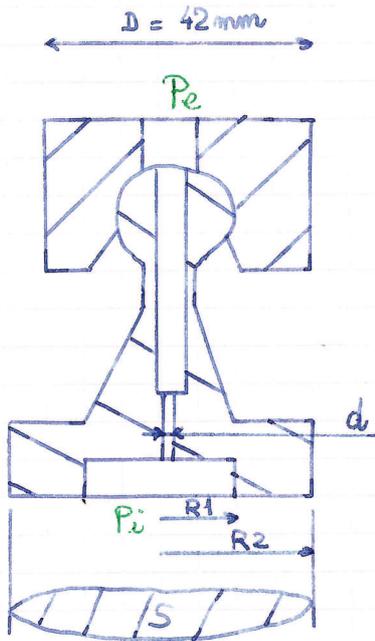
III Etude du piston hydrostatique

(9)

31 - $\frac{R_1}{R_2} = 0,7$ bon compromis de perte sous la leurre et de capacité de charge / encombrement.

$$\beta = \frac{P_i}{P_e} = 0,8 \quad \text{voisinage raideur massé (à charge maxi)}$$

32 - Valeur de R_1 et R_2 sachant que $D = 42 \text{ mm}$



Equilibre du piston : (piston)

$$F = a S P_i = a S \beta P_e = S_p P_e$$

$$S = \frac{S_p}{a \beta} \quad \text{avec} \quad a = \frac{\frac{1}{2} [1 - (\frac{R_1}{R_2})^2]}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$a = \frac{\frac{1}{2} [1 - 0,7^2]}{\ln \frac{1}{0,7}} = 0,71$$

$$S = \frac{\pi 42^2}{4 \times 0,71 \times 0,8} = 2439 \text{ mm}^2$$

$$S = 24,39 \text{ cm}^2$$

$$R_1 = 0,7 R_2 \rightarrow R_1 = 19,5 \text{ mm} \quad R_2 = 27,86 \text{ mm}$$

33 - hauteur optimale de fonctionnement
puissance dissipée totale leurre

$$P_T = V^2 S l \frac{\mu}{h} + \frac{q}{\beta} \left(\frac{F}{S} \right)^2 \frac{l^3}{\mu}$$

$$\frac{dP_T}{dh} = 0 \rightarrow h_{\text{opt}} = \left(\frac{S l \beta}{3 q} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{V \mu S}{F} \right)^{\frac{1}{2}}$$

a) calcul de q (sans dimension)

$$q = \frac{q}{a} \rightarrow q = \frac{\pi}{3 [1 - (\frac{R_1}{R_2})^2]} = 3,05$$

$$q = \frac{q}{a} = \frac{3,05}{0,71} = 2,89$$

b) calcul de la charge F, S et Sl

(10)

$$F = S_p P_e = \pi \times 2,1^2 \times 210 = 2909,4 \text{ daN}$$

$$F = 29,094 \cdot 10^7 \text{ N}$$

$$S = 2439 \text{ mm}^2$$

$$Sl = 1244,4 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow h_{opt} = \left(\frac{1244,4 \cdot 10^{-6} \times 0,8}{3 \times 2,89} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{2,3 \times 0,023 \times 2439 \cdot 10^{-6}}{29094} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$h_{opt} = 0,00689 \text{ mm} = 7 \mu\text{m}$$

cette hauteur est bien trop faible pour être réalisée

34 - Débit de fuite au patin pour $h = 0,02 \text{ mm}$ ($P_e = 210 \text{ bars}$)

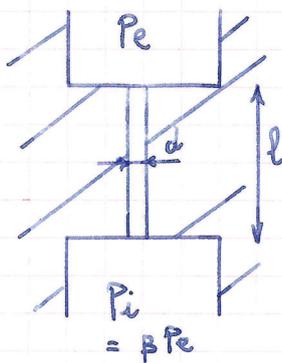
$$Q = q \frac{F}{S} \frac{h^3}{\mu} \quad q = 2,05$$

$$\frac{F}{S} = P_e \frac{S_p}{S} = \alpha \beta P_e = 0,71 \times 0,8 \times 210 = 119,3 \text{ bars}$$

$$\Rightarrow Q = 2,05 \times 119,3 \cdot 10^5 \times \frac{0,02^3 \cdot 10^{-9}}{0,023} \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow Q = 8,5 \text{ cm}^3/\text{s}$$

35 - Diamètre du trou calibré. ($l = 15 \text{ mm}$)



$$\Delta P = (1 - \beta) P_e = (1 - 0,8) P_e = 42 \text{ bars}$$

$$Q = 8,5 \text{ cm}^3/\text{s}$$

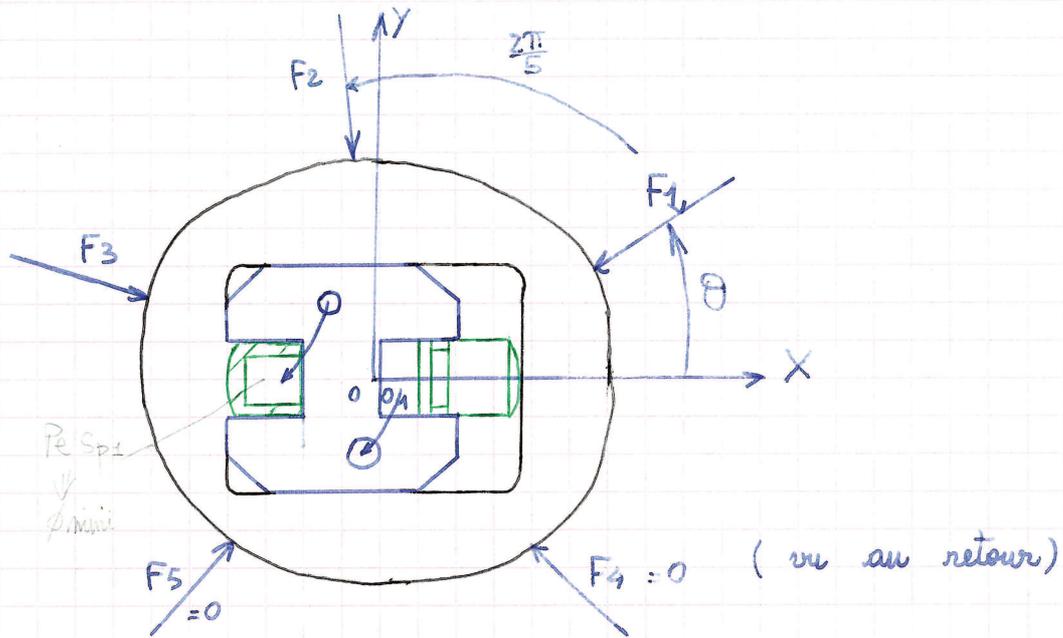
formule de Poiseuille

$$Q = \frac{\pi}{128\mu} \frac{d^4}{l} \Delta P$$

$$\Rightarrow d = 0,4 \text{ mm}$$

nécessité de très bon filtrage de l'huile.

Efforts sur l'excentrique : pb de réglage.



$$|F_1| = |F_2| = |F_3| = P_e S_p = F$$

$$X = F \left[\cos \theta + \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{5} \right) + \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{5} \right) \right]$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{5}$$

$$Y = F \left[\sin \theta + \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{5} \right) + \sin \left(\theta + \frac{4\pi}{5} \right) \right]$$

$$\frac{\pi}{5} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{5}$$

